

# Filtrační odpor a průtočnost

Ing. JAN ŠAVEL, CSc., Pivovary České Budějovice, s. p.

**Klíčová slova:** *filtrace, filtrační odpor, průtočnost, prostupnost, filtrační rovnice*

## 1. ÚVOD

Filtraci se v pivovarském průmyslu věnuje stále větší pozornost. Snaha získat pivo s vysokou čistotou a biologickou stabilitou je základním požadavkem, k němuž přistupuje úsilí o minimální spotřebu filtračních materiálů. V poslední době se také objevují problémy se špatně filtrovatelnými pivy.

Z těchto důvodů vzrůstají nároky na laboratorní kontrolu filtračních materiálů a filtrovatelnosti piva, přičemž se požadují zejména rychlé a spolehlivé testy [1, 2, 3]. Při hodnocení vlastností filtračních materiálů se používají různé parametry filtračních rovnic, často bez teoretického zhodno-

cení vzájemných souvislostí. V české literatuře se těmito problémy zabýval Voborský [4, 5, 6].

Proto shrneme teoretické poznatky o charakteristických veličinách, používaných při hodnocení filtračních materiálů a filtrovatelnosti piva.

## 2. FILTRAČNÍ ROVNICE A OHMŮV ZÁKON

Při výkladu filtrační rovnice se často poukazuje na analogii s Ohmovým zákonem. Ohmův zákon se vyjadřuje ve tvaru:

$$i = dQ/d\tau = \Delta U/R' \quad (1)$$

kde  $i$  je intenzita elektrického proudu,  $Q$  je náboj a  $\tau$  je čas. Intenzita proudu závisí na rozdílu potenciálů  $\Delta U$  a elektrickém odporu  $R'$ .

V obdobném tvaru se může vyjádřit i filtrační rovnice:

$$q = dV/d\tau = \Delta p / (\mu R/S) \quad (2)$$

kde  $q$  je objemový průtok,  $V$  je objem filtrátu a  $S$  je filtrační plocha. Objemový průtok závisí na rozdílu tlaků  $\Delta p$  a výrazu  $\mu R/S$ , kde  $\mu$  je viskozita,  $S$  plocha a  $R$  je filtrační odpor.

Ze srovnání obou rovnic vyplývá, že elektrickému odporu odpovídá součin viskozity filtrátu a filtračního odporu jednotkové plochy. Obě analogické veličiny také závisí na teplotě, i když v opačném směru. V rozporu s tím se za filtrační odpor označuje pouze veličina  $R$ .

Elektrický odpor  $R'$  závisí na průřezu vodiče  $S$  a jeho délce  $l$ :

$$R' = \rho \cdot l/S \quad (3)$$

kde  $\rho$  je specifický odpor. Vztah (1) je možné přepsat jako (4), čemuž odpovídá tvar filtrační rovnice (5):

$$dQ/Sd\tau = \Delta U / (\rho l) \quad (4)$$

$$dV/Sd\tau = \Delta p / (\mu \alpha' l) \quad (5)$$

kde  $\alpha'$  se nazývá specifický (délkový) filtrační odpor.

Hlavní rozdíl mezi formálně shodnými tvary obou rovnic spočívá v tom, že elektrický odpor není závislý na rozdílu potenciálů  $\Delta U$ , zatímco filtrační odpor závisí na tlakovém rozdílu  $\Delta p$ . Tato skutečnost se obchází tím, že se při měření volí vždy stejná hodnota  $\Delta p$  a k té se vztahují naměřené hodnoty.

Také je možné analyticky vyjádřit závislost filtračního odporu na tlakovém spádu, ale této možnosti se využívá jen zřídka. Hodnoty filtračního odporu závisí rovněž na předchozích tlakových změnách filtrační vrstvy, zatímco elektrický odpor není závislý na předešlých změnách potenciálu.

### 3. FILTRAČNÍ ODPOR A PRŮTOČNOST

Kromě délkového specifického filtračního odporu se ve filtrační rovnici používá také měrný (hmotnostní) filtrační odpor  $\alpha$

$$\alpha = \alpha' \cdot V_m \quad (6)$$

kde  $V_m$  je objem filtračního koláče za mokra. Tato veličina udává objem filtrační vrstvy, odpovídající jednotkovému množství suchého filtračního materiálu. V literatuře se názvem měrný odpor obvykle rozumí hmotnostní filtrační odpor.

Filtrační odpor  $R$  závisí na tloušťce filtrační vrstvy, nebo na hmotnosti suchého filtračního materiálu podle vztahu:

$$R = \alpha' l = \alpha \cdot m/S = \alpha \cdot \bar{m} \quad (7)$$

kde  $m$  je hmotnost naplaveného materiálu (v suchém stavu),  $\bar{m}$  je plošná hmotnost filtračního materiálu na filtru. Při stanovení křemelin podle metody Filtrox se např. pracuje se standardní plošnou hmotností  $\bar{m}_s = 1000 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$  [4].

Vlastnosti filtračních materiálů se kromě hodnot filtračního odporu vyjadřují také průtočností. Průtočnost je vlastně hodnota filtrační rychlosti  $dV/d\tau$  za udaného tlakového spádu, teploty a množství filtračního materiálu. Množství filtračního ma-

teriálu se může udat standardní plošnou hmotností  $\bar{m}_s$ , tloušťkou vrstvy, nebo pouze druhem materiálu, u něhož se předpokládá vždy standardní tloušťka u stejného druhu materiálu, např. u filtračních vložek.

### 4. FILTRAČNÍ ROVNICE PŘI KONSTANTNÍ A PROMĚNNÉ TLOUŠTČE VRSTVY

Filtrační rovnice se obvykle vyjadřuje v Ruthově (8) nebo Darcyho tvaru (9):

$$dV/Sd\tau = \Delta p / \mu R \quad (8)$$

$$dV/Sd\tau = K_D \cdot \Delta p / \mu l \quad (9)$$

kde  $K_D = 1/\alpha'$  je koeficient permeability.

Při měření vlastností filtračních materiálů se musí také uvažovat filtrační odpor přepážky, který zahrnuje nejen vlastní odpor přepážky, ale také přechodový odpor na rozhraní přepážka — filtrační materiál. Právě při pronikání částic filtračního materiálu do horní vrstvy filtrační přepážky může přechodový odpor mít relativně vysokou hodnotu.

Rovnice (8) přechází na tvar:

$$v = dV/Sd\tau = \Delta p / (\mu r_0 + \mu R) \quad (10)$$

kde  $v$  je filtrační rychlost,  $r_0$  zahrnuje filtrační odpor přepážky a přechodový odpor. Vztah (10) se může vyjádřit v převrácených hodnotách:

$$1/v_c = 1/v_0 + 1/v_v \quad (11)$$

kde  $v_c$  je celková filtrační rychlost,  $v_0$  je filtrační rychlost přepážkou a přechodovou vrstvou a  $v_v$  vyjadřuje filtrační rychlost vlastní vrstvou filtračního materiálu. Ze vztahu (7) plyne vztah mezi specifickým odporem a filtrační rychlostí:

$$\alpha = \Delta p / (\mu \bar{m} \cdot v_v) \quad (12)$$

$$\alpha' = \Delta p / (\mu l v_v) \quad (13)$$

Při standardním tlakovém rozdílu  $\Delta p$  se za průtočnost  $P$  označuje hodnota filtrační rychlosti při definované filtrační vrstvě a teplotě. Vztahy (11) až (13) pak analogicky platí i pro průtočnost.

Při měření závislosti filtrační rychlosti na množství naplaveného filtračního prostředku platí:

$$1/v = 1/v_0 + m/(P_v \bar{m}_s S) \quad (14)$$

kde  $P_v$  je průtočnost vrstvou se standardním plošným zatížením  $\bar{m}_s$  (např.  $1000 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$ ),  $m$  je množství prostředku naplaveného ve filtru.

Hodnoty filtrační rychlosti se zjišťují jedním měřením proteklého objemu za časový interval a za standardních podmínek, nebo se sleduje závislost objemu na čase a filtrační rychlost se počítá ze směrnice této závislosti.

Při filtraci s proměnnou filtrační vrstvou se na filtrační přepážku průběžně naplazuje filtrační materiál, který je v suspenzi s koncentrací  $c$ . Filtrační rovnice má pak tvar:

$$dV/Sd\tau = \Delta p / (\mu r_0 + \mu \alpha c V/S) \quad (15)$$

Úpravou vztahu (15) a jeho integrací s počáteční podmínkou  $V(0) = 0$  se získá vztah:

$$w \cdot \mu r_0 / \Delta p + w^2 \cdot \mu \alpha c / 2 \Delta p = \tau \quad (16)$$

kde  $w = V/S$  je objem filtrátu, proteklý jednotkovou plochou. Rovnici (16) je možné psát zkráceně jako:

$$a \cdot w^2 + b \cdot w = \tau \quad (17)$$



Tohoto tvaru filtrační rovnice se v poslední době používá k měření prostupnosti filtračních materiálů. Konstanty  $a$ ,  $b$  slouží k charakterizaci odporu filtrační vrstvy a přepážky [2]. Obvykle se vyhodnocuje závislost:

$$\tau/w = a \cdot w + b \quad (18)$$

Experimentálně se častěji zpracovává linearizovaná závislost objemu filtrátu a času na filtračním zařízení s plochou  $S$ :

$$\tau/V = k \cdot V + q \quad (19)$$

kde  $k$ ,  $q$  jsou příslušné konstanty lineární závislosti. Mezi nimi a konstantami  $a$ ,  $b$  platí vztahy:

$$a = k \cdot S^2 \quad (20)$$

$$b = q \cdot S \quad (21)$$

Označíme-li průtočnost vrstvy při plošném zatížení  $\bar{m}_s$  jako  $P_v$  a průtočnost přepážky  $P_o$ , platí:

$$P_o = 1/b = 1/(qS) \quad (22)$$

$$P_v = c/2am_s = c/(2kS^2 \cdot \bar{m}_s) \quad (23)$$

Jiným způsobem vyhodnocoval parametry rovnice (15) Voborský [5, 6]. Vycházel z rovnice (15) v diferenčním tvaru a z linearizované závislosti koeficientu  $\Delta\tau/\Delta V$  na objemu filtrátu. Ze směrnice této závislosti počítal hodnoty specifického filtračního odporu.

## 5. CHARAKTERISTIKA FILTRAČNÍ VRSTVY

Pro vyjádření prostupnosti filtrační vrstvy se mohou použít hodnoty specifického filtračního odporu, průtočnosti, filtrační rychlosti, nebo konstanta  $a$  rovnice (18).

Zdánlivě jsou hodnoty specifického filtračního odporu nejuniverzálnější, neboť formálně nezávisí na velikosti tlakového spádu ani na teplotě. Ve skutečnosti se však vždy musí udat, při jakém tlakovém spádu se měřily, neboť při jiném tlaku se tlakovou deformací mění jejich hodnota.

Kromě toho mají specifické odpory v soustavě SI příliš velké hodnoty a proto nepronikly do běžné praxe. Hodnota  $a$  má přímý vztah k filtrační rovnici, ale nemá jasně definovaný smysl.

Podle našeho názoru jsou pro tento účel nejvhodnější hodnoty filtrační rychlosti, nebo průtočnosti pro standardní plošné zatížení. V praxi se rozšířily hodnoty průtočnosti křemelin měřené s destilovanou vodou, při tlaku 50 kPa, plošném zatížení 1000 g · m<sup>-2</sup> a teplotě 20 °C (metoda Filtrax). Při jiné teplotě lze použít vztah:

$$v_t/P_{20} = \mu_{20}/\mu_t \quad (24)$$

kde  $v_t$  je filtrační rychlost při teplotě  $t$ ,  $P_{20}$  je průtočnost při teplotě 20 °C a stejné označení indexů mají i viskozity.

Při měření vlastností filtračních vložek se průtočnost často vztahuje na tloušťku měřené vložky, pro přepočet na prostupnost se musí změřit také tloušťka vrstvy. Kvalita vložek se také posuzuje podle efektu propustnosti a homogenity vložek. Při výpočtu hodnot těchto veličin se místo koeficientů prostupnosti mohou použít hodnoty průtočnosti, neboť se v obou případech jedná o relativní veličiny.

## 6. FILTROVATELNOST PIVA

Filtrovatelnost piva se může měřit sledováním závislosti objemu filtrátu na čase při průchodu piva standardní přepážkou, kterou může tvořit membránový filtr, nebo vrstva křemeliny. Tato závislost není lineární, neboť vrstva se postupně zanáší kalicími částicemi.

Při měření se musí udržovat konstantní nízká teplota (obvykle 0 °C), neboť s rostoucí teplotou se kaly rozpouštějí. Rovnice pro zanášení vrstvy uvádí literatura, známá je rovnice podle Essera [7, 8].

Měření filtrovatelnosti piva tímto způsobem neodpovídá způsobu filtrace v praxi, kde zanesení vrstvy znamená ukončení filtrace. Výhodnější je charakterizovat filtrovatelnost průtočností piva filtrační vrstvou, v níž jsou rovnoměrně zastoupeny částice kalů a standardního filtračního materiálu.

Tomu odpovídá filtrace s proměnnou filtrační vrstvou a pro zpracování výsledků se mohou použít rovnice z odstavce 4. Jako další údaje se musí vždy udat teplota měření a koncentrace filtračního materiálu v pivu, popř. pivo charakterizovat množstvím vyloučených kalů při této teplotě.

Přepočet průtočnosti na vyšší standardní teplotu (např. 20 °C) nemá význam, neboť průtočnost piva se mění nejen vlivem změn viskozity piva, ale také se změnami koncentrace kalových látek, jejichž množství závisí na teplotě.

K popisu filtrovatelnosti piva tímto způsobem se v literatuře používá rovnice (17). Na rozdíl od měření průtočnosti křemelin podle metody Filtrax se však používají jiné hodnoty tlaku (100 kPa místo 50 kPa) a teploty (0 °C místo 20 °C).

## 7. ZÁVĚR

Uvedená teorie slouží k lepšímu pochopení vztahů, které se používají k charakterizaci filtračních materiálů a filtrovatelnosti piva. Jejich platnost je nutné dále experimentálně ověřit na vhodném filtračním zařízení. Jako příklad takového zařízení může sloužit filtrační přístroj, který v poslední době vyvinulo Vývojové a prototypové středisko Pivovary Č. Budějovice, s. p.

### Seznam symbolů

Symbol	Název	Jednotka
$i$	intenzita elektrického proudu	A
$\Delta U$	rozdíl potenciálů	V
$Q$	náboj	C
$\tau$	čas	s
$R'$	elektrický odpor	Ohm
$\varsigma$	elektrický měrný odpor	Ohm · m
$S$	plocha filtru, průřez vodiče	m <sup>2</sup>
$l$	tloušťka vrstvy, délka vodiče	m
$V$	objem filtrátu	m <sup>3</sup>
$\Delta p$	tlakový rozdíl	Pa
$\mu$	viskozita	Pa · s
$\alpha'$	délkový specifický filtrační odpor	m <sup>-2</sup>
$\alpha$	hmotnostní měrný filtrační odpor	m · kg <sup>-1</sup>
$V_m$	objem za mokra	m <sup>3</sup> · kg <sup>-1</sup>
$\bar{m}$	hmotnost filtračního materiálu	kg
$\bar{m}$	plošná hmotn. filtrač. materiálu	kg · m <sup>-2</sup>
$\bar{m}_s$	standardní plošná hmotnost	kg · m <sup>-2</sup>
$K_D$	koeficient permeability	m <sup>2</sup>



$v$	filtrační rychlost	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$v_c$	celková filtrační rychlost	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$v_0$	filtrační rychlost přepážkou	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$v_v$	filtrační rychlost vrstvou	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$v_t$	filtrační rychlost při teplotě $t$	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$P$	průtočnost	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$P_v$	průtočnost filtrační vrstvy	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$P_0$	průtočnost přepážky	$m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$c$	koncentrace suspenze	$kg \cdot m^{-3}$
$w$	objem filtrátu na jednotku plochy	$m^3 \cdot m^{-2}$
$a$	konstanta filtrační rovnice	$s \cdot m^{-2}$
$b$	konstanta filtrační rovnice	$s \cdot m^2 \cdot m^{-3}$
$k$	konstanta filtrační rovnice	$s \cdot m^{-6}$
$q$	konstanta filtrační rovnice	$s \cdot m^{-3}$

## Literatura

- [1] PICKSLEY, M. A. - REED, J. R. R.: J. Inst. Brew., **95**, 1989, s. 169.
- [2] RAIBLE, K. - HEINRICH, T. - NIEMSCH, K.: Mschr. Brauwiss., **43**, 1990, s. 60.
- [3] MASÁK, J. - BASAROVA, G. - SAVEL, J.: Mschr., Brauwiss., **41**, 1988, s. 435.
- [4] KAHLER, M. - VOBORSKÝ, J.: Filtrace piva. 1. vyd., Praha 1981.
- [5] VOBORSKÝ, J.: Kvas. prům., **32**, 1986, s. 3.
- [6] VOBORSKÝ, J.: Kvas. prům., **32**, 1986, s. 124.
- [7] GRANGER, J. et al.: Bios, **16**, 1985, s. 29.
- [8] ESSER, K. D.: Mschr. Brauerei, **25**, 1972, s. 141, s. 186.

Lektoroval Ing. Jan Voborský, CSc.

**Savel, J.: Filtrační odpor a průtočnost.** Kvas. prům., **37**, 1991, č. 1, s. 4—7.

Je diskutován význam veličin používaných při zkoušení filtračních materiálů. Uvádějí se vztahy mezi spe-

cifickým filtračním odporem, průtočností, prostupností a konstantami linearizovaných tvarů filtračních rovnic při filtraci s konstantní i proměnnou filtrační vrstvou za konstantního tlaku.

**Шавел, Я.: Сопротивление фильтрования и пропускная способность.** Квас. прум., **37**, 1991, № 1, стр. 4—7.

Обсуждается значение величин, применяющихся при испытании фильтровальных материалов. Приводятся отношения между удельным сопротивлением фильтрования, пропускной способностью, проницаемостью и константами linearизованных форм уравнений фильтрования при процессе фильтрования с константным и переменным фильтрационным слоями при константном давлении.

**Savel, J.: Flow Resistance and Discharge During Filtration.** Kvas. prům., **37**, 1991, No. 1, pp. 4—7.

A significance of parameters used for the testing of filtration materials is discussed. The relations among specific filtration resistance, discharge rate and constants of linearized filtration equations for processes with the constant and the varying thickness of filtration cake under constant pressure are described.

**Savel, J.: Filtrationswiderstand und Durchflußfähigkeit.** Kvas. prům., **37**, 1991, Nr. 1, S. 4—7.

Es wird die Bedeutung der Größen diskutiert, die bei der Prüfung der Filtrationsmaterialie appliziert werden. Angeführt werden die Beziehungen zwischen dem spezifischen Filtrationswiderstand, der Durchflußfähigkeit, dem Durchsatz und den Konstanten der linearisierten Formen der Filtrationsgleichungen bei der Filtration mit konstanter und veränderlicher Filtrationsschicht bei konstantem Druck.