

II. Distribučný problém

Doc. Ing. JÁN HRONČEK, DrSc., Slovenská vysoká škola technická, Bratislava

Kľúčové slová: octáreň, ocot, vŕoba, kalkulácia, distribúcia, veľkosklad, efektívnosť, ekonomika

V predchádzajúcom príspevku (Kvas. prúm., 33, 1987, s. 104) sme popísali metódu nájdania najvhodnejšieho umiestnenia octárne v spotrebiteľskom rajóne. Konštatovali sme, že je málokedy octáreň umiestnená optimálne. Existuje však možnosť určitej korekcie. Za tým účelom používame metódu lineárneho programovania, ktorú pozná literatúra pod názvom Metóda severozápadného rohu. Najlepšie si ju vysvetlíme na nasledujúcom uíme vykonštruovanom príklade.

V roku mimoriadnej úrody uhoriek a zeleniny octáreň Leopoldov kontrahovala značnú časť svojich nadmerných zásob octa pre presun do Juho moravského kraja, v nádeji, že zbytok nadmerných zásob postačí pre južnú oblasť Slovenska. O krátky čas nato, konzervárne na Slovensku žiadali zvýšené dodávky octa takto:

Lučenec	500 m ³ 10 % octa
Nitra	500 m ³
Nové Zámky	1 500 m ³
Dunajská Streda	1 000 m ³

Spolu 3 500 m³ octa.

Veľké octárne ponúkli nadplánované množstvá takto

Leopoldov	500 m ³
Liptovský Mikuláš	1 000 m ³
Košice	2 000 m ³

Spolu 3 500 m³

Úlohou pre hospodárskych činiteľov je: ekonomicky najvhodnejší rozpis dodávok, aby sa minimalizovali dopravné náklady.

Postupuje sa v zásade takto:

Najprv sa pripraví tabuľka dopravných nákladov v Kčs . m⁻³ (tab. 2a).

Tabuľka 2a. Dopravné náklady v Kčs . m⁻³, zásoba octa a požiadavky v m³

Konzervárne	Lučenec	N. Zámky	D. Streda	Nitra	Zásoba v octárniach (m ³)
Octárne					
Liptovský Mikuláš	122	245	274	202	1000
Leopoldov	181	61	83	23	500
Košice	159	355	388	317	2000
Požiadavky konzervárni	500	1500	1000	500	3500

Pre zjednodušenie úvah, zavedieme pre náklady záporné znamienko a pre zisk kladné. Táto úprava nám umožní maximalizovať zisk a minimalizovať náklady podľa toho istého matematického modelu.

Ďalším krokom je určenie východiaceho prípustného riešenia problému. Prípustnosť znamená také priradenie, v ktorom sú uspokojené všetky požiadavky. Metóda severozápadného rohu obsadzuje prípustným riešením poľa, počínajúc poľom 1,1, čo by na mapke znamenalo severozápadný roh, a končiac poľom 3,4, čo predstavuje juhovýchodný roh. Pri tomto priradovaní sa snažíme v každom poli pokryť z príslušného zdroja čo najväčšiu požiadavku spotrebiteľa (tab. 2b).

tab. č. 2b

spotrebiteľ →	Lučenec	N. Zámky	D. Streda	Nitra	zásoby v octárniach ↓
octárne ↓	-122	-245	-278	-207	
L. Mikuláš 0	-122 500 0	-245 500 0	-274 -4	-202 -5	1000
Leopoldov 184	-181 243	-61 0	-63 -31	-23 0	500
Košice 110	-159 -73	-355 0	-388 0	-317 0	2 000
požiadavky spotrebiteľa →	500	1500	1000	500	3 500

Urobíme si niekoľko prázdnych tabuliek, v ktorých budú poľa zasielateľskej činnosti z octárni do konzervárni. Každé pole sa rozdelí na tri zóny. Vrchná zóna je určená pre vpísanie nákladov so záporným znamienkom. Stredná zóna poľa je pre vpísanie rozvrhnutého kontingentu zasielaného octa. Spodná zóna je určená na vpísanie „ekonomických rezerv zo zasielateľskej činnosti“, potrebných pre ďalší vylepšený rozvrh kontingentu.

Prvé pole patrí zasielateľskej činnosti v našom prípade (tab. 2b) z Mikuláša do Lučenca. Kontingent, ktorý určíme pre toto pole, je výsledkom nasledujúcej úvahy: „V octárni Mikuláš je k dispozícii 1000 m³ octa. Lučenec potrebuje len 500 m³. Priradíme prvému poľu maximálne množstvo, ktoré je možné zaslať — 500 m³. Zbytok

500 m³ priradíme nasledujúcemu počtu zasielateľskej činnosti Mikuláš-Nové Zámky. Tým sme vyčerpali sklad v Mikuláši a Nové Zámky začneme zásobovať z Leopoldova. Preto zapisujeme do poľa 2,2 500 m³. Tým sme vyčerpali zásoby v Leopoldove a Nové Zámky musíme dozásobiť z Košíc, čo zapíšeme v poli 3,2. Ostatné konzervárne zásobíme z Košíc. Celkový rozvrh kontingentu možno vidieť v tabuľke 2b.

Dopravné náklady podľa prvého rozvrhu kontingentu sú:

Pole:	(1,1)	500.122 = 61 000 Kčs
	(1,2)	500.245 = 122 500 Kčs
	(1,3)	0.274 = 0 Kčs
	(2,2)	500.61 = 30 500 Kčs
	(3,2)	500.355 = 177 500 Kčs
	(3,3)	1 000.388 = 388 000 Kčs
	(3,4)	500.217 = 158 500 Kčs
	Celkom:	938 000 Kčs

Po prvom rozvrhu kontingentu nasleduje vlastný iteratívny výpočet smerujúci k najlepšiemu riešeniu.

Najprv si zavedieme náš systém „podielov z činnosti“. Urobme si predpoklad, že na dopravnej činnosti sa podieľa ako octárne, tak aj konzervárne. Súčet podielov octárne a konzervárne sa musí rovnať dopravným nákladom vyjadreným v Kčs.

Príklad: Z tabuľky 2b zisťujeme, že octárne v Košiciach sa podieľa na dopravnej činnosti 110 Kčs.m⁻³, konzervárne v Nových Zámkoch sa podieľa 245 Kčs.m⁻³, takže celkové náklady na dopravu z Košíc do Nových Zámok predstavujú 355 Kčs.m⁻³.

Matematicky to vyjadríme takto:

$$W_i + U_j = N_{ij}$$

príčom W_i sú dohodnuté podiely nákladov pre i -tu octárne, U_j — podiely nákladov pre j -tu konzervárne, N_{ij} — celkové dopravné náklady z i -tej octárne do j -tej konzervárne.

Pre prvú octárne (prvý riadok) dávame vždy podiel nákladov $W_1 = 0$. To inými slovami znamená, že celé dopravné náklady si bude hradíť konzervárne. Pretože

$$U_1 = N_{11} - W_1 = -122 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

a

$$U_2 = N_{12} - W_1 = -245 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

Pre druhú octárne (druhý riadok) vypočítame W_2 z existujúcej dopravnej činnosti. Je to činnosť v poli (2,2). Nové Zámky už majú predpísaný podiel nákladov $U_2 = -245$. Preto z doteraz povedaného platí:

$$W_2 = N_{22} - U_2 = -61 - (-245) = 184 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

Leopoldov má teda podiel kladný (zdánlivo zo zasielateľskej činnosti získava).

Pre octárne v Košiciach vypočítame podiel z existujúcej činnosti podľa vzťahu:

$$W_3 = N_{32} - U_2 = -355 - (-245) = -110 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

Nakoniec vypočítame podiely:

$$U_3 = N_{33} - W_3 = -388 - (-110) = -278 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

$$U_4 = N_{34} - W_3 = -317 - (-110) = -207 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

Podiely pre octárne zapisujeme k menám octární, podiely pre konzervárne zapisujeme k menám konzervární (tab. 2b).

Do spodnej zóny každého poľa zapisujeme nevyužitú príležitosť, ktoré vypočítavame takto:

Pre každé pole spočítame podiely octárne a konzervárne a odpočítame celkové náklady. Matematicky vyjadrené:

$$Z_{ij} = W_i + U_j - N_{ij}$$

Toto číslo zapíšeme do spodnej zóny poľa (i, j) .

Príklad: Pre pole (3,1) v tabuľke 2b bude mať nevyužitú príležitosť Z_{31} túto hodnotu:

$$Z_{31} = W_3 + U_1 - N_{31} = -110 + (-122) - (-159) = -73 \text{ Kčs.m}^{-3}$$

Ta znamená, že nevyužitím tohoto poľa zasielateľskej činnosti strácame -73 Kčs.m^{-3} .

Čitateľ sa už asi presvedčil, že pre každé pole existujúcej činnosti je nevyužitá príležitosť nulová. Ak nevyužitá príležitosť $Z_{ij} > 0$ v tom poli, kde je neexistujúca činnosť, získavame tým, že tam činnosť nedávame.

Keď máme pre všetky polia vypočítanú nevyužitú príležitosť, vyhladáme také pole, kde najviacej strácame tým, že v tomto poli nemáme zasielateľskú činnosť. V tabuľke 2b je to pole (3,1), kde nevyužitá príležitosť má hodnotu $Z_{31} = -73 \text{ Kčs.m}^{-3}$. Do tohoto poľa navrhne- me zasielateľskú činnosť 500 m³. To si vynucuje, aby sme v riadku 3 niekde 500 m³ zrušili a takisto v stĺpci 1 zrušíme činnosť v poli (1,1). Aby bola tabuľka vyvážená v riadku jedna musíme do nejakého poľa dosadiť 500 m³. V poli 1,4 máme nevyužitú príležitosť $Z_{14} = -5 \text{ Kčs.m}^{-3}$. Tam môžeme dosadiť zasielateľskú činnosť a z poľa 3,4 ju vymazať.

Takto sa dostávame k novému rozvrhu kontingentu, ktorý sa už zakresľuje do tabuľky 2c.

tab.č.:2c

spotrebitel' →	Lučenec	N.Zámky	D.Streda	Nitra	zásoby v octárniach
octárne ↓	-49	-245	-278	-202	
L.Mikuláš	-122	-245	-274	-202	1 000
	73	0	-4	0	
Leopoldov	-181	-61	-63	-23	500
	316	0	-31	0	
Košice	-151	-355	-388	-317	2 000
	500	500	1 000	5	
	0	0	0	5	
požiadavky spotrebiteľa	500	1 500	1 000	500	3 500

Zopakovaním všetkých vpred popísaných úkonov sa presvedčíme, že celkové náklady sú pri tomto druhom rozvrhu nižšie a dosahujú hodnotu: 895 000 Kčs. Súčasne sa z tabuľky dozvedáme, že máme dve polia, kde nevyužitá príležitosť majú zápornú hodnotu a teda je potrebné tieto polia obsadiť zasielateľskou činnosťou. Tabuľka 2d ukazuje, že malou zmenou v rozvrhu kontingentov sme jednu nevyužitú príležitosť zlikvidovali. Tento nový rozvrh nám dáva možnosť rozvozu octa za celkové náklady 883 500 Kčs. Ďalšou úpravou, ako ju možno zistiť z tabuľky 2e, máme konečný rozvrh kontingentu pri celkových dopravných nákladoch 881 500 Kčs.

Keďže v spodnej zóne polí sa nenachádza nevyužitá príležitosť, ktorá by mala zápornú hodnotu, sme si istý, že výpočet skončil a my sme našli minimum nákladov a optimálne rozdelenie zasielateľskej činnosti.

tab.č.:2d

spotrebitel' →	Lučenec	N.Zámky	D.Streda	Nitra	zásoby v octárniach
octárne ↓	-49	-245	-278	-202	
L.Mikuláš	-122	-245	-274	-202	1 000
	73	0	-4	0	
Leopoldov	-181	-61	-63	-23	500
	347	31	0	0	
Košice	-159	-355	-388	-317	2 000
	500	1 000	500	5	
	0	0	0	5	
požiadavky spotrebiteľa	500	1 500	1 000	500	3 500

tab.č.:2e

spotrebiteľ → octárne ↓	Lučenec	N. Zámky	D. Streda	Nitra	zásoby v octárňach ↓
L. Mikuláš 0	-122	-245	-274	-202	1000
	73	0	0	0	
Leopoldov 211	-181	-61	-63	-23	500
	343	27	0	32	
Košice -110	-159	-355	-388	-317	2000
	500	1500			
	0	0	4	5	
požiadavky spotrebiteľa →	500	1500	1000	500	3500

Pri väčšom počte octární a väčšom počte konzervárni je výpočet ručne veľmi zdĺhavý. Dnes v každom software profesionálneho počítača je program pre riešenie dopravného problému. Niekoľko minút komunikácie s počítačom postačí, aby sme ušetrili na dopravnej činnosti tisíce.

Zoznam symbolov

- N_{ij} — dopravné náklady z i -tej octárne do j -teho skladu veľkospotrebitela vyjadrené v Kčs. m^{-3} octa,
 Q_{ij} — dodávka octa z i -tej octárne do j -teho skladu v m^3 hotového octa,
 U_j — podiel nákladov pre i -teho veľkospotrebitela v Kčs. m^3 hotového octa,
 W_i — podiel nákladov pre i -tu octáreň v Kčs. m^{-3} ,
 Z_{ij} — nevyužitá obchodná príležitosť v zasielateľskej činnosti medzi i -tou octárnou a j -tým veľkospotrebitelom v Kčs. m^{-3} .

Literatúra

- [1] FLETCHER, A., CLARKE, B.: Řízení a matematika, Svoboda, Praha, 1968

- [2] KORBUT, A. A., FINKELŠTEJN, J. J.: Diskretne programovanie, ALFA, Bratislava, 1972

- [3] DANTZIG, G. B.: Lineárne programovanie a jeho rozvoj, Slovenské Vydavateľstvo technickej literatúry, Bratislava, 1993

Lektoroval Ing. Jan Páca, CSc.

Hronček, J.: Octárenstvo vo svetle bioinžinierskych kalkulácií. II. Distribučný problém. Kvas. prům. 33, 1987, č. 5, s. 141—143.

Autor doporučuje využiť metódy lineárneho programovania aj pre prípad distribúcie octu z octární do veľkospokladov. Popisuje metódu severozápadného rohu a dokazuje jej efektívnosť a ekonomickú účinnosť.

Грончек, Я.: Производство уксуса в свете бионинженерных калькуляций. II. Проблема распределения. Квас. průм. 33, 1987, № 5, стр. 141—143.

Автор рекомендует использовать метод линейного программирования для случая распределения уксуса из уксусных заводов в крупные склады. Описывает метод северозападного угла и доказывает его эффективность и экономическую действенность.

Hronček, J.: Vinegar Production from the Standpoint of Bioengineering Calculations. II. Distribution Problems. Kvas. prům. 33, 1987, No. 5, pp. 141—143.

Author recommends the use of the linear programming method for the instance of the vinegar distribution from the vinegar plant to the large-scale storage. The method including its effectiveness and economical yield is described.

Hronček, J.: Die Essigproduktion im Licht der Bioengineering Kalkulationen. II. Das Distributionsproblem. Kvas. prům. 33, 1987, Nr. 5, S. 141—143.

Der Autor empfiehlt die Applikation der Methode der linearen Programmierung auch für die Optimierung der Distribution des Essigs aus den Essigfabriken in die Niederlagen des Großhandels. Es wird die Methode der „nordwestlichen Ecke“ beschrieben und ihre Effektivität und Anwendbarkeit erörtert.