

# Dva modely rozpadu pивní pěny

Ing. JAN ŠAVEL, CSC., Jihočeské pivovary, k. p., České Budějovice

**Klíčová slova:** pivo, kvalita, pěna, pěnovost, rozpadová křivka, rozpad, model rozpadu

Pro rozpad pěny piva se obvykle předpokládá platnost kinetiky prvního řádu. Množství pěny, podléhající přeměně, se vyjadřuje množstvím piva vázaného v pěně. Podle modelu (1) se pěna  $A$  mění v pivo  $C$ :



Označíme-li množství piva, vázaného v pěně  $a$ , je  $c$  množství piva pod pěnou. Při napěnění piva nelze vždy oddělit počátek tvorby pěny od počátku jejího rozpadu, proto předpokládáme počáteční podmínky v čase  $\tau = 0$ :  $a_0$  — počáteční množství piva v pěně,  $c_0$  — počáteční množství piva pod pěnou a konečné podmínky v čase  $\tau = \infty$ :  $a = 0$ ,  $c = c_\infty$ , kde  $c_\infty$  je množství piva po úplném rozpadu pěny, nebo před napěněním. Bilance piva v pěně a kapalně má tvar:  $c_\infty = a + c$ , rovnice rozpadu pěny tvar:

$$-da/d\tau = dc/d\tau = ka \quad (2)$$

Řešením rovnice (2) se získá vztah pro závislost množství piva vzniklého rozpadem pěny:

$$c_\infty - c = (c_\infty - c_0) \exp(-k\tau) = a_0 \exp(-k\tau) \quad (3)$$

Tohoto vztahu se obvykle používá k hodnocení trvanlivosti pěny. Hodnota  $\Sigma$  se označuje jako střední doba životnosti bublinek pěny a souvisí s hodnotou  $k$  podle vztahu  $\Sigma = 1/k$ , zatímco poločas rozpadu pěny  $\tau_{0,5} = (\ln 2)/k = \Sigma \ln 2$

Pro složitější model rozpadu pěny volíme schéma (4):



kteřé představuje přeměnu pěny  $A$  v pivo  $B$ , volně obsažené v pěně. Rychlost přeměny určuje  $k_1$ . Pivo potom stéká do vrstvy piva pod pěnou rychlostí určenou  $k_2$ . Pro počáteční podmínky v čase  $\tau = 0$  platí  $a = a_0$ ,  $b = b_0$ ,  $c = c_0$  a pro konečné podmínky v čase  $\tau = \infty$ :  $a = b = 0$ ,  $c = c_\infty$ . Bilanční rovnice má tvar  $c_\infty = a + b + c$ , soustava rovnic rozpadu pěny a stékání piva z pěny má tvar:

$$\begin{aligned} -da/d\tau &= k_1 a \\ db/d\tau &= k_1 a - k_2 b \\ dc/d\tau &= k_2 b \end{aligned} \quad (5)$$

Řešením soustavy (5) se získá pro závislost  $c = c(\tau)$  vztah:

$$c = c_\infty - a_0 \frac{k_2}{k_2 - k_1} \exp(-k_1\tau) + \left( a_0 \frac{k_1}{k_2 - k_1} - b_0 \right) \exp(-k_2\tau) \quad (6)$$

Za předpokladu, že rychlost stékání piva z pěny je vyšší, než rychlost rozpadu pěny ( $k_2 > k_1$ ), lze řešení zjednodušit sledováním rozpadu pěny až po uplynutí počáteční časové periody, v níž převládá stékání piva. Po této době lze výraz s  $k_2$  v exponentu zanedbat a použít vztahu (7), který se může logaritmováním linearizovat.

$$c_\infty - c = a_0 \frac{k_2}{k_2 - k_1} \exp(-k_1\tau) \quad (7)$$

Vztah (7) je obdobný vztahu (3), a proto se může použít k výpočtu trvanlivosti pěny v případě, že se rozpad měří až po odečtení počátečního množství piva z pěny. Tímto způsobem se ze směrnice linearizované závislosti (7) může určit konstanta  $k_1$ . Pro hodnotu derivace závislosti  $c(\tau)$  v čase  $\tau = 0$  platí vztah:

$$k_2 b_0 = c'(0) \quad (8)$$

kteřého lze použít k odhadu hodnoty  $k_2$ .

Pro experimentální ověření uvedených vztahů se měřil rozpad pěny ve válcovité nádobě průměru 55 mm, s výškou 130 mm. Množství piva bylo úměrné jeho výšce v nádobce a rozpad se proto měřil sledováním výšky hladiny piva  $h^c$ . Podobně se množství piva v pěně vyjadřovalo v ekvivalentních výškách hladin  $h^a$ ,  $h^b$ . Z těchto údajů se objem piva zjistí násobením plochou dna (2375,8 mm<sup>2</sup>), popř. jeho hmotnost se stanoví ještě násobením hustotou piva.

Při měření rozpadu pěny se pivo v nádobce napěnilo náhlým vstřikem odpěněného piva injekční stříkačkou, nebo se sledovaly změny hladiny piva po nalití piva z láhve [tab. 1, 2] [1, 2].

Obrázky 1, 2 ukazují závislost veličiny  $\ln(h^c_\infty - h^c)$ . Z obrázků je patrné, že exponenciálnímu rozpadu pěny odpovídají hodnoty křivky až po určitém čase po napěnění, v tomto případě asi po 90 s. Z hodnot přímkové části závislosti se metodou nejmenších čtverců vypočetly hodnoty směrnice  $k_1$  a úseku na ose  $y = \ln q$ . Přímková část křivky odpovídá vztahu:

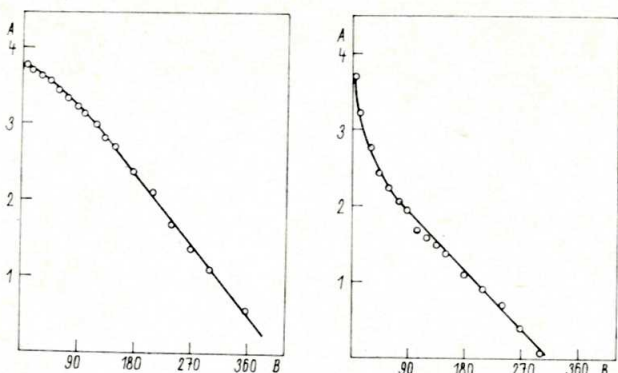
$$\ln(h^c_\infty - h^c) = \ln h_0^a \frac{k_2}{k_2 - k_1} - k_1\tau = \ln q - k_1\tau \quad (9)$$

Tab. 1. Rozpad pěny po napěnění piva vstřikem ( $h^c_\infty = 45 \text{ mm}$ ,  $h^c_0 = 0 \text{ mm}$ )

| Čas [s] | Výška piva h [mm] |           | Výška pěny [mm] |           |
|---------|-------------------|-----------|-----------------|-----------|
|         | změřená           | vypočtená | celková         | absolutní |
| 0       | 0,0               | 0,0       | 128             | 128       |
| 15      | 3,5               | 3,1       | 127             | 124       |
| 30      | 6,5               | 6,5       | 126             | 120       |
| 45      | 9,0               | 10,1      | 124             | 115       |
| 60      | 12,5              | 13,6      | 121             | 109       |
| 75      | 15,5              | 17,0      | 120             | 105       |
| 90      | 19,0              | 20,1      | 118             | 99        |
| 105     | 22,0              | 23,0      | 116             | 94        |
| 120     | 25,0              | 25,6      | 115             | 90        |
| 135     | 28,0              | 28,0      | 113             | 85        |
| 150     | 30,0              | 30,1      | 111             | 81        |
| 180     | 34,0              | 33,7      | 106             | 72        |
| 210     | 37,5              | 36,4      | 101             | 64        |
| 240     | 39,5              | 38,5      | 97              | 58        |
| 270     | 41,0              | 40,2      | 92              | 51        |
| 300     | 42,0              | 41,4      | 85              | 43        |
| 360     | 43,2              | 43,0      | 72              | 29        |
| 420     | 44,0              | 43,9      | 61              | 17        |

Tab. 2. Rozpad pěny po nalití piva z láhve ( $h^c_\infty = 51 \text{ mm}$ ,  $h^c_0 = 10 \text{ mm}$ )

| Čas [s] | Výška piva h [mm] |           | Výška pěny [mm] |           |
|---------|-------------------|-----------|-----------------|-----------|
|         | změřená           | vypočtená | celková         | absolutní |
| 0       | 10,0              | 10,0      | 130             | 120       |
| 15      | 26,0              | 24,0      | 128             | 102       |
| 30      | 35,0              | 32,1      | 126             | 91        |
| 45      | 39,5              | 36,9      | 123             | 84        |
| 60      | 41,5              | 40,0      | 118             | 77        |
| 75      | 43,0              | 42,1      | 115             | 72        |
| 90      | 44,0              | 43,6      | 110             | 66        |
| 105     | 45,5              | 44,7      | 107             | 62        |
| 120     | 46,0              | 45,6      | 103             | 57        |
| 135     | 46,5              | 46,3      | 98              | 52        |
| 150     | 47,0              | 46,9      | 97              | 50        |
| 180     | 48,0              | 47,9      | 90              | 42        |
| 210     | 48,5              | 48,6      | 85              | 37        |
| 240     | 49,0              | 49,2      | 80              | 31        |
| 270     | 49,5              | 49,6      | 72              | 23        |
| 300     | 50,0              | 49,9      | 62              | 12        |
| 360     | 50,5              | 50,4      | 57              | 7         |
| 420     | 50,5              | 50,6      | 53              | 2         |



Obr. 1. Rozpad pivní pěny po napěnění piva vstřikem piva z injekční stříkačky. A —  $\ln(h^c_\infty - h^c)$ , B — čas [s]

Obr. 2. Rozpad pivní pěny po napěnění piva litím z láhve. A —  $\ln(h^c_\infty - h^c)$ , B — čas [s]

S použitím (8) se vypočtou další parametry rozpadové křivky podle:

$$k_2 = \frac{[h^c(0)]' - k_1 q}{h^c_\infty - h_0^c - q} \quad (10)$$

$$h_0^a = q(1 - k_1/k_2) \quad (11)$$

Vypočtené hodnoty uvádí tab. 3. Grafy znázorňují shodu změřených a vypočtených hodnot podle (8) Pro zajímavost je čárkovane znázorněna křivka, získaná zpra-

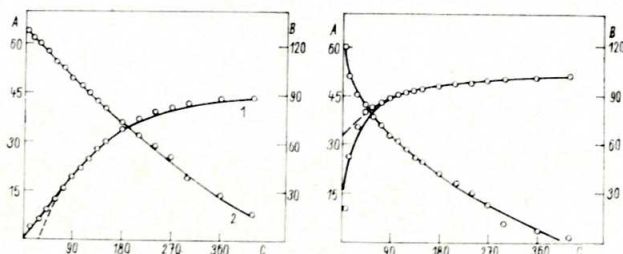
cováním hodnot podle vztahu (3), přičemž se linearizovala závislost (12) s předem známými hodnotami  $h^c_\infty$ ,  $h_0^c$ :

$$\frac{h^c_\infty - h^c}{h^c_\infty - h_0^c} = \exp(-k_1 \tau) \quad (12)$$

Současně s pohybem hladiny piva v nádobce se sledovala výška pěny ode dna nádoby  $H$  a absolutní výška pěny  $\Delta H = H - h^c$ . Sledované hodnoty znázorňují obr. 3, 4.

Tab. 3. Parametry rozpadových křivek piva

| Druh napěnění | a<br>$h_0$<br>[mm] | b<br>$h_0$<br>[mm] | $k_1$<br>[s <sup>-1</sup> ] | $k_2$<br>[s <sup>-1</sup> ] | q     | $[h(0)]'$<br>[mm · s <sup>-1</sup> ] |
|---------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------|--------------------------------------|
| vstřik        | 35,15              | 9,85               | $9,97 \cdot 10^{-3}$        | $1,90 \cdot 10^{-2}$        | 73,96 | 0,187                                |
| nalévání      | 12,04              | 28,96              | $8,86 \cdot 10^{-3}$        | $4,23 \cdot 10^{-2}$        | 15,22 | 1,225                                |



Obr. 3. Rozpad pivní pěny po napěnění piva vstřikem piva z injekční stříkačky. A — 1: poloha rozhraní kapalina — pěna  $h^c$  (mm), B — 2: absolutní výška pěny  $\Delta H$  (mm), C — čas [s].

Obr. 4. Rozpad pivní pěny po napěnění piva litím z láhve. A — 1: poloha rozhraní kapalina — pěna  $h^c$  (mm), B — 2: absolutní výška pěny  $\Delta H$  (mm), C — čas [s].

Z obrázků je patrna dobrá shoda změřených a vypočtených hodnot, přihlédně-li se k obtížnému stanovení derivace křivky v počátku měření. Zřejmý je i rozdílný průběh rozpadu pěny u obou způsobů nalévání. Při lití piva z láhve rychle stoupala hladina piva pod pěnou a exponenciálnímu rozpadu pěny odpovídala pouze malá změna výšky hladiny piva. Při vypěnění injekční stříkačkou exponenciálnímu rozpadu odpovídaly změny výšky hladiny v podstatně větším rozsahu.

Obrázky 3, 4 znázorňují změny výšky pěny. Podle našeho názoru je pro spotřebitele nejdůležitější absolutní výška pěny, tj. výška pěny, měřená od hladiny piva. Změny absolutní výšky pěny přímo souvisejí s pohybem hladiny piva.

Při rozpadu pěny se mění její pěnivý objem, definovaný jako objem pěny, vztažený na objem piva, v ní obsažený. Ihned po napěnění měl pěnivý objem hodnoty 2 až 3, na konci rozpadu 10 až 12. Tomu odpovídala struktura pěny, která byla na konci rozpadu řídká a obsahovala díry. Při napěnění injekční stříkačkou se získala jemná, hustá pěna s delší celkovou dobou rozpadu, při nalévání z láhve měla pěna hrubší strukturu.

Z průběhu rozpadových křivek pěny lze odvodit vhodné podmínky pro experimentální stanovení pěnivosti. Obvykle se měří hodnoty rozpadové konstanty  $k_1$  v oblasti platnosti kinetiky prvního řádu, tj. po odečtení počátečních podílů piva. Toho se při nalévání piva z láhve dosahuje vytvořením vysoké absolutní výšky pěny, aby se při jejím rozpadu mohly měřit relativně malé rozdíly pohybu hladiny vznikajícího piva. Vyšší přesností se dosahuje měřením objemu vznikajícího piva v odměrném válečku s malým průměrem.

Při napěnění jiným způsobem (např. injekční stříkačkou) platí kinetika prvního řádu po větší část rozpadové křivky a toho se může využít při měření pohybu hladiny piva ve větším rozmezí.

Některé metody stanovení pěnivosti měří celkovou dobu rozpadu pěny od napěnění do vzniku lysinky. Tyto metody nejsou podle našeho názoru příliš vhodné, neboť značnou část doby rozpadu tvoří čas rozpadu posledních podílů pěny. Malé množství pěny může setrvávat na pivo po dlouhou dobu.

Hodnocení pěnivosti měřením konstanty  $k_1$  je správnější, neboť se měří stabilita pěny, závisející na přítomnosti pěnотvorných látek. Pro hodnocení celkové pěnivosti však doporučujeme měřit dobu rozpadu od okamžiku vypěnění do předem zvoleného stupně rozpadu, např. do přeměny 95 % pěny v pivo. Tím se zachytí nejen vlastní rozpad pěny, ale i stékání piva z pěny a zabrání ovlivnění výsledku dlouhou dobou rozpadu posledních podílů pěny.

Tento způsob měření vyhovuje i hodnocení spotřebitele, požadujícího pivo, které i po dlouhé době po nalití má uspokojivou výšku pěny a nikoliv pivo, na němž po dlouhou dobu zbývá tenký povlak pěny na hladině.

#### Seznam symbolů

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\tau$                | — čas   |
| $a$                   | — množství piva, vázaného v pění                          |
| $b$                   | — množství piva, volně přítomného v pění                  |
| $c$                   | — množství piva pod pěnou                                 |
| $c_\infty$            | — množství piva po úplném rozpadu pěny                    |
| $a_0, b_0, c_0$       | — hodnoty $a, b, c$ v čase $\tau = 0$                     |
| $h^a, h^b, h^c$       | — hodnoty $a, b, c$ vyjádřené výškou piva v měrné nádobce |
| $h_0^a, h_0^b, h_0^c$ | — hodnoty $h^a, h^b, h^c$ v čase $\tau = 0$               |
| $k$                   | — rychlostní konstanta rozpadu pěny                       |
| $k_1$                 | — rychlostní konstanta rozpadu pěny                       |
| $k_2$                 | — rychlostní konstanta stékání piva z pěny                |
| $c' [0]$              | — derivace křivky $c(\tau)$ v čase $\tau = 0$             |
| $H$                   | — výška pěny ode dna nádoby                               |
| $\Delta H$            | — výška pěny od hladiny piva k horní hladině pěny         |

#### Literatura

- [1] ŠAFRATA, Z.: Pracovní deník k diplomové práci VŠCHT, Praha 1985.  
[2] ŠAFRATA, Z.: Diplomová práce VŠCHT, Praha 1985.

**Šavel, J.: Dva modely rozpadu pивní pěny.** Kvas. prům. 32, 1986, č. 4 s. 76—78.

V článku se popisují dva modely rozpadu pивní pěny. Podle klasického modelu se pěna  $A$  mění v pivo  $C$  ( $A \rightarrow C$ ), podle rozšířeného modelu se pěna  $A$  mění v pivo  $B$ , volně obsažené v pění a stékající pod pěnou jako pivo  $C$  ( $A \rightarrow B \rightarrow C$ ). Uvádějí se kinetická řešení obou modelů. Experimentální ověření potvrdilo platnost rozšířeného modelu, zatímco klasický model postihoval

pouze část rozpadové křivky pěny. Diskutuje se význam rozšířeného modelu rozpadu pěny pro měření pěnivosti piva.

**Шавел, Я.: Две модели распада пива.** Квас. прум. 32, 1986, № 4, стр. 76—78.

V статье описываются две модели распада пива. По классической модели пена  $A$  превращается в пиво  $C$  ( $A \rightarrow C$ ), по расширенной модели пена  $A$  превращается в пиво  $B$ , свободно содержащееся в пене и стекающее под пену как пиво  $C$  ( $A \rightarrow B \rightarrow C$ ). Приводится кинетическое решение обеих моделей. Экспериментальная проверка подтвердила справедливость расширенной модели, затем что классическая модель охватывала только часть кривой распада пива. Обсуждается значение расширенной модели распада пива для измерения пенообразования пива.

**Šavel, J.: Two Models of Beer Foam Decomposition.** Kvas. prům. 32, 1986, No. 4, pp. 76—78.

Two models of the beer foam decomposition are described in the article. The first classic model describes a change of foam  $A$  to beer  $C$  according to the equation  $A \rightarrow C$ . The second extended model uses the assumption that foam  $A$  is converted to beer  $B$ . Beer  $B$  is freely presented in foam and then drops down below the foam like the beer  $C$  ( $A \rightarrow B \rightarrow C$ ). The kinetic solutions of both the models are described. The experiments confirmed the validity of the extended model while the classical model described only a part of the decomposition curve of the foam. The significance of the extended model of the beer foam decomposition for a measurement of the foam stability is discussed.

**Šavel, J.: Zwei Modelle des Zerfalls des Bierschaums.** Kvas. prům. 32, 1986, Nr. 4, S. 76—78.

In dem Artikel werden zwei Modelle des Zerfalls des Bierschaumes beschrieben. Nach dem klassischen Modell geht der Schaum  $A$  in Bier  $C$  über ( $A \rightarrow C$ ), nach dem erweiterten Modell geht der Schaum  $A$  in Bier  $B$  über, das frei in dem Schaum enthalten ist und unter den Schaum als Bier  $C$  abfließt ( $A \rightarrow B \rightarrow C$ ). Es werden die kinetischen Lösungen der beiden Modelle angeführt. Die experimentale Überprüfung bestätigte die Gültigkeit des erweiterten Modells, wogegen das klassische Modell nur einen Teil der Schaumzerfallkurve erfaßte. Es wird die Bedeutung des erweiterten Modells des Bierschaumzerfalls für die Messung der Schaumfähigkeit des Bieres diskutiert.