

Ing. JAN ŠAVEL, CSc., Jihočeské pivovary, k. p. České Budějovice

**Klíčová slova:** nápoje, pasterace, pasterační účinek, pasterační dávka, výpočet

## ÚVOD

V předchozím sdělení jsme shrnuli různé způsoby vyjadřování tepelné odolnosti mikroorganismů a určení množství přežívajících mikroorganismů po pasteraci při konstantní teplotě [1]. Tepelná odolnost mikroorganismů se vyjadřuje hodnotami rychlostní konstanty  $k$  kinetické rovnice prvního řádu pro různé teploty, nebo z ní odvozeným parametrem  $D$  [ $D = (\ln 10)/k$ ].

Teplotní závislost rychlostní konstanty se vyjadřuje dvěma způsoby:

$$k = a \exp(bt) \quad (1) \quad k = A \exp(-E/RT) \quad (2)$$

kde  $a$ ,  $b$  jsou parametry tepelné odolnosti,  $A$  — frekvenční faktor,  $R$  — plynová konstanta,  $t$ ,  $T$  — teploty ve  $^{\circ}\text{C}$ ,  $\text{K}$ . Místo parametru  $b$  se obvykle udává hodnota  $z$  [ $z = (\ln 10)/b$ ].

## VÝPOČET PASTERACÍHO ÚČINKU

Integrací diferenciální rovnice prvního řádu pro hynutí mikroorganismů se vypočte počet přežívajících mikroorganismů podle vztahu:

$$\ln(N_0/N_i) = \int_0^{\tau_k} k[t(\tau)] d\tau = \int_0^{\tau_k} k[T(\tau)] d\tau \quad (3)$$

kde  $N_0$ ,  $N_i$  jsou počty přežívajících mikroorganismů na začátku ( $\tau = 0$ ), nebo na konci ( $\tau = \tau_k$ ) pasterace,  $\tau$  —

čas a  $t(\tau)$ ,  $T(\tau)$  — teplotní křivky, měřené ve  $^{\circ}\text{C}$  nebo  $\text{K}$ .

Při pasteraci nápojů v láhvi se průběhy teplot v jednotlivých místech láhve liší. Obvykle se uvažuje teplotní křivka v místě, které se nejpomaleji prohřívá a které se nachází v podélné ose láhve, těsně nad dnem. V literatuře se rovněž popisují matematické modely průběhu teplot v různých místech lahví [2, 3].

Pro hodnocení pasteračního účinku se zavedla pasterační jednotka, jako letální účinek ohřevu mikroorganismů při referenční teplotě ( $60^{\circ}\text{C}$ ) po jednotkovou dobu [1 min]. Pasterační účinek  $S$  se při konstantní teplotě rovná součinu [4], nebo v diferenciálním tvaru [5]:

$$S = L\gamma \quad (4) \quad dS = L d\gamma \quad (5)$$

kde  $S$  je pasterační účinek v pasteračních jednotkách [PJ, PU, PE], ekvivalentní stejnému počtu minut ohřevu při  $60^{\circ}\text{C}$ .  $L$  je letální podíl, definovaný vztahem:

$$L = k_t/k_r = D_r/D_t \quad (6)$$

kde  $k_t$ ,  $k_r$  jsou rychlostní konstanty (specifické rychlosti hynutí), nebo hodnoty  $D$  pro teplotu  $t$  a referenční teplotu  $r$ . Podle závislosti inaktivační konstanty na teplotě se získají různé tvary teplotní závislosti letálního podílu, např.:

$$L = 10^{(t-t_r)/z} \quad (7)$$

kde  $t_r$  je referenční teplota. Letální podíl je funkcí tep-



Tab. 1. Průběh teplot při pasteraci (příklad)

Čas [min]	Teplota [°C]	letální podíl	Čas [min]	Teplota [°C]	letální podíl	Čas [min]	Teplota [°C]	letální podíl
0	10,0	0,00	20	57,0	0,37	40	61,0	1,39
2	19,0	0,00	22	59,0	0,72	42	55,0	0,19
4	27,0	0,00	24	60,0	1,00	44	48,0	0,04
6	33,0	0,00	26	60,5	1,18	46	44,0	0,00
8	40,0	0,00	28	61,0	1,39	48	40,0	0,00
10	44,0	0,00	30	61,0	1,39	50	37,0	0,00
12	48,0	0,02	32	61,0	1,39	52	35,0	0,00
14	50,5	0,04	34	61,0	1,39	54	33,0	0,00
16	53,5	0,12	36	61,0	1,39	56	31,0	0,00
18	55,0	0,19	38	61,0	1,39	58	29,0	0,00

Obr. 2. Letální podíly pro pasteraci piva ( $z = 6,94^\circ\text{C}$ )

Teplota [°C]	letální podíl	Teplota [°C]	letální podíl	Teplota [°C]	letální podíl	Teplota [°C]	letální podíl
44,0	0,00	50,5	0,04	57,0	0,37	63,5	3,19
44,5	0,01	51,0	0,05	57,5	0,44	64,0	3,77
45,0	0,01	51,5	0,06	58,0	0,52	64,5	4,45
45,5	0,01	52,0	0,07	58,5	0,61	65,0	5,25
46,0	0,01	52,5	0,08	59,0	0,72	65,5	6,19
46,5	0,01	53,0	0,10	59,5	0,85	66,0	7,31
47,0	0,01	53,5	0,12	60,0	1,00	66,5	8,63
47,5	0,02	54,0	0,14	60,5	1,18	67,0	10,19
48,0	0,02	54,5	0,16	61,0	1,39	67,5	12,02
48,5	0,02	55,0	0,19	61,5	1,64	68,0	14,19
49,0	0,03	55,5	0,22	62,0	1,94	68,5	16,75
49,5	0,03	56,0	0,27	62,5	2,29	69,0	19,77
50,0	0,04	56,5	0,31	63,0	2,70	69,5	23,33

Tab. 3. Hodnoty letálních podílů pro různá  $z$  (°C)

Teplota [°C]	Letální podíl pro $z$ [°C]						
	2	4	6	8	10	12	14
44	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,05	0,07
46	0,00	0,00	0,00	0,02	0,04	0,07	0,10
48	0,00	0,00	0,01	0,03	0,06	0,10	0,14
50	0,00	0,00	0,02	0,06	0,10	0,15	0,19
52	0,00	0,01	0,05	0,10	0,16	0,22	0,27
54	0,00	0,03	0,10	0,18	0,25	0,32	0,37
56	0,01	0,10	0,22	0,32	0,40	0,46	0,52
58	0,10	0,32	0,46	0,56	0,63	0,68	0,72
60	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
62	10,00	3,16	2,15	1,78	1,58	1,47	1,39
64	100,00	10,00	4,64	3,16	2,51	2,15	1,93
66	1000,00	31,62	10,00	5,62	3,98	3,16	2,68

loty a parametru  $z$ , popř.  $b$ , nebo  $E$  [4, 5]. Pro různé hodnoty  $z$  se získají různé stupnice letálních podílů (tab. 1), v pivovarství se používá hodnota  $z = 12,5^\circ\text{F} = 12,5 \cdot 5/9^\circ\text{C}$  (tab. 2) [5].

Hodnoty  $L$  se mohou experimentálně stanovit z letální křivky, tj. závislosti doby inaktivace určité mikrobiální suspenze na teplotě:

$$L = \tau_{ir} / \tau_{it} \quad (8)$$

kde  $\tau_{ir}$  je doba potřebná k inaktivaci mikroorganismů při referenční teplotě  $r$  [počet PU],  $\tau_{it}$  — inaktivační doba pro teplotu letálního podílu.

Pro jediný mikroorganismus je letální křivka v semi-logaritmických souřadnicích přímkou, pro směs mikroorganismů lomenou čarou.

Po dosazení letálního podílu do vztahu (3) se získají různé vzorce pro hodnocení pasteračního účinku, např.:

$$\ln N_0/N_i = k_r \int_0^{\tau_k} L[\tau] d\tau \quad (9)$$

$$\log N_0/N_i = (1/D_r) \int_0^{\tau_k} L[\tau] d\tau \quad (10)$$

kde  $k_r$ ,  $D_r$  jsou hodnoty specifické rychlosti hynutí, popř. parametru  $D$  pro referenční teplotu.

Vztahy (3), (9) a (10) se používá pro výpočet počtu přežívajících mikroorganismů po pasteraci, nebo se pasterační účinek vyjadřuje pouze počtem pasteračních jednotek, tj. hodnotou integrálu z průběhu křivky letálního podílu při pasteraci [viz vztah (5)]. Hodnocení pasteračního účinku se tedy redukuje na výpočet integrálu ve vztazích (3), (9), nebo (10).

## POSTUP PŘI VÝPOČTU PASTERACÍHO ÚČINKU

Při pasteraci nápojů v lahvích se průběh teplot zjišťuje nejčastěji průchozím termografem. Vyhodnotí se celkový pasterační účinek a postup se opakuje při jiném nastavení parametrů pasteračního zařízení. Složitých matematických modelů, podle nichž se vyjadřuje závislost teplotní křivky v láhvi na nastavených parametrech pastery, se v praxi většinou neuvádí.

### 1. Přímá integrace s teplotní křivkou v analytickém tvaru

Tvar integrované funkce ve vztazích (3), (9) a (10) závisí rovněž na tvaru teplotní závislosti (1), (2) inaktivační konstanty a jednotlivá řešení pro různé teplotní křivky uvádí literatura [6, 7]. Teplotní křivky při zahřívání a chlazení láhve lze přibližně považovat za křivky s exponenciálním průběhem. Určí se koeficienty, určující teplotní křivku a vypočte hodnota příslušného integrálu, analyticky se vyjádří časový průběh letálních podílů, nebo inaktivační konstanty a vypočte se hodnota příslušného integrálu.

### 2. Numerická a grafická integrace

Z grafického záznamu teplotní křivky se stanoví přiřazením hodnot inaktivační konstanty, nebo letálního podílu závislost  $L$  na čase a tyto závislosti se integrují numericky, nebo graficky [8]. Připomínáme nejčastěji používané vzorce pro obdélníkovou metodu a Simpsonův vzorec [9]:

$$\int_a^b f(x) dx \approx h(y_0/2 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + y_n/2) \quad (11)$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx (h/3)(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{n-1} + y_n) \quad (12)$$

kde  $h$  je  $(b-a)/n$ ,  $y_k$  je  $f(a+kh)$ ,  $y_0 = f(a)$  a  $y_n = f(b)$ . Pro vzorec (12) musí být  $n$  sudé. Za funkční hodnoty se dosazují hodnoty  $L$ , nebo  $k$  v pravidelných časových intervalech teplotní křivky. Za krajní body  $(a, b)$  příslušných funkcí se volí takové počáteční a



Tab. 4. Výpočet pasteračního účinku — program pro TI 58

Č. kroku	Kód									Instrukce
000	76	65	53	53	53	24	75	06	00	LBL x { { { CE — 60
009	54	55	43	06	54	22	28	65	02	} : RCL 6 } INV logx x 2
018	54	92	76	11	42	01	92	76	12	} RTN LBL A STO 1 RTN LBL B
027	42	02	92	76	13	29	42	03	53	STO 2 RTN LBL C CP STO 3 {
036	53	43	02	75	43	01	54	55	43	{ RCL 2 — RCL 1 } : RCL
045	03	54	42	04	55	02	95	22	59	3 } STO 4 : 2 = INV Int
054	22	67	16	25	91	42	05	71	65	INV x = t Å CLR R/S STO 5 SBR x
063	55	02	95	42	07	43	05	92	76	: 2 = STO 7 RCL 5 RTN LBL
072	35	42	05	71	65	65	02	95	44	1/x STO 5 SBR x x 2 = SUM
081	07	22	97	04	16	43	05	91	42	7 INV Dsz 4 A'RCL 5 R/S STO
090	05	71	65	44	07	22	97	04	33	5 SBR x SUM 7 INV Dsz 4 x <sup>2</sup>
099	43	05	91	61	35	92	76	33	53	RCL 5 R/S GTO 1/x RTN LBL x <sup>2</sup> {
108	24	55	02	54	22	44	07	43	05	CE : 2 } INV SUM 7 RCL 5
117	66	92	76	15	53	43	03	55	03	PSE RTN LBL E { RCL 3 : 3
126	65	43	07	54	92					x RCL 7 } RTN

konečné časy pasterace, v nichž  $L$  a  $k$  mají ještě zanedbatelné hodnoty. Při pasteraci piva ( $z = 6,94^\circ\text{C}$ ) se např. obvykle uvažují hodnoty pro teploty nad  $40^\circ\text{C}$  ( $L = 0,001$ ), nebo nad  $45^\circ\text{C}$  ( $L = 0,01$ ), podle přesnosti výpočtu.

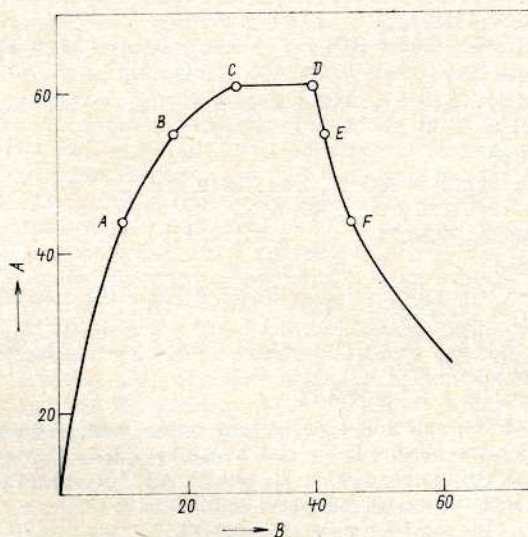
### 3. Výpočet s programovatelnou kalkulačkou

Postupy, popsané v odstavcích 1, 2 se řeší na programovatelné kalkulačce. Jako příklad uvádíme program pro výpočet pasteračního účinku podle vztahu (12) (tab. 4).

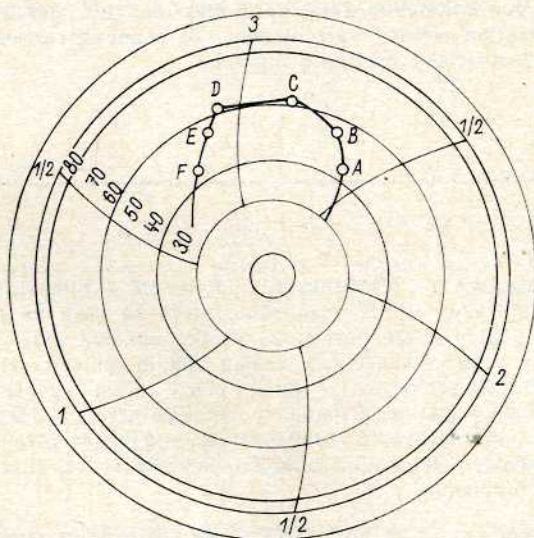
Před zahájením výpočtu se zadá do registru 6 hodnota z {125/18 = STO 06}, hodnoty a klávesou A, b klávesou B a h klávesou C. Po objevení nuly na displeji se vloží první teplota uvažované teplotní křivky, stiskne se R/S a po dalším zastavení programu se postup opakuje. Výsledek výpočtu se vyvolá klávesou E.

#### 4. Odhad pasteračního účinku

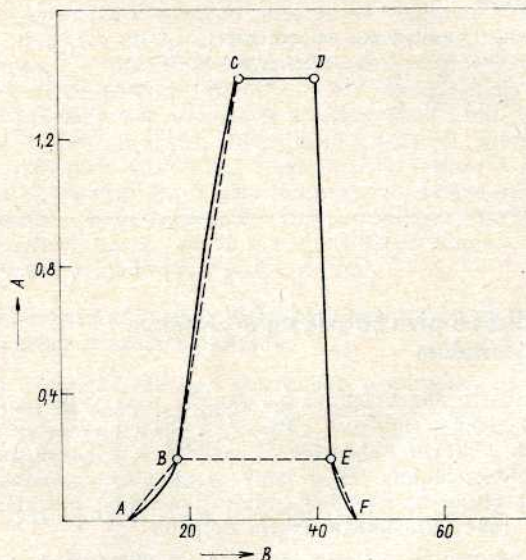
Plocha křivky letálních podílů se nahradí plochou, složenou ze známých geometrických obrazců (trojúhel-



Obr. 2. Pasterační křivka v pravoúhlých souřadnicích.  
A — teplota ( $^{\circ}\text{C}$ ), B — čas (min).



Obr. 1. Záznam z termografu po průchodu pasterem.



Obr. 3. Křivka letálních podílů. A — letální podíl, B — čas (min)



ník, obdélník, lichoběžník). Pasterační účinek se vypočte podle vzorců pro výpočet plochy těchto obrazců.

Při dalším zjednodušení se body, určující příslušné obrazce zakreslí již do grafického záznamu teplotní křivky a náhrada křivky letálních podílů známými obrazci se odhaduje přímo z tohoto záznamu.

Odečtou se délky základů (čas) a výšky (letální podíly) obrazců a vypočte se celkový plošný obsah. Pro spodní základnu se volí teplota s dostatečně malým letálním podílem, např. pro pasteraci piva ( $z = 6,94^\circ\text{C}$ ) teploty nad  $45$  až  $50^\circ\text{C}$  ( $L = 0,01$ – $0,04$ ).

Na obr. 1 je grafický záznam termografu při pasteraci piva se zakreslenými body A, B, C, D, E, F, které leží v 10, 18, 28, 40, 42 a 46 min pasterační křivky (tab. 1). Na obr. 2 je stejná křivka v pravouhlých souřadnicích a obr. 3 znázorňuje křivku letálních podílů a náhradu plochy lichoběžníky ABEF a BCDE.

### Příklady

Vypočtete pasterační dávku pro pasteraci piva ( $z = 6,94^\circ\text{C}$ ) podle tab. 1 ( $a = 10$ ,  $b = 46$ ,  $h = 2$ )

a) podle (12):

$$S = 2 (0,00 + 0,02 + 0,04 \dots + 0,04 + 0,00) = 27,20 \text{ PJ}$$

b) podle (13)

$$S = (2/3) \cdot (0,00 + 4 \cdot 0,02 + 2 \cdot 0,04 + \dots + 4 \cdot 0,04 + 0,00) = 27,61 \text{ PJ}$$

c) s TI 58

zadání: 125/18 = STO 06, 10 A, 46 B, 2 C

vstup: 44 R/S 48 R/S ... R/S 44

výpočet: E : 27,60 PJ

d) odhad

$$S_{ABEF} = (AF + BE) \cdot (L_{55} - L_{44})/2 = (36 + 24) \cdot (0,19 - 0,00)/2 = 5,7 \text{ PJ}$$

$$S_{BCDE} = (BE + CD) \cdot (L_{61} - L_{55})/2 = (24 + 12) \cdot (1,39 - 0,19)/2 = 21,6 \text{ PJ}$$

$$S_{\text{celk.}} = 21,6 + 5,7 = 27,3 \text{ PJ.}$$

Vypočtete potřebnou pasterační dávku pro pasteraci 100 hl piva, obsahujícího cizí kvasinky ( $D_{60} = 0,3$  min,  $z = 4,85^\circ\text{C}$ ) v koncentraci 10 buněk  $\text{ml}^{-1}$  a skutečnou pasterační dávku při pasteraci podle tab. 1

$$S = D_{60} \cdot \log [N_0/N_i] = 0,3 \cdot 8 = 2,4 \text{ PJ.}$$

Skutečná pasterační dávka se vypočetla na TI 58 pro  $z = 4,85^\circ\text{C}$ :  $S = 29,81 \text{ PJ}$ .

### Literatura

- [1] ŠAVEL, J.: Kvas. prům. 30, 1984, s. 78
- [2] DITTMAR, G. P.: Techn. Quart. MBAA 14, 1977, s. 71.
- [3] BRANDON, H. - HULING, J. - STAACK, G.: Techn. Quart. MBAA 20, 1983, s. 39.

[4] ŠAVEL, J.: Kvas. prům. 24, 1978, s. 99.

[5] ŠAVEL, J.: Kvas. prům. 27, 1981, s. 199.

[6] DEINDOERFER, F. H. - HUMPHREY, A. E.: Appl. Microbiol. 7, 1959, s. 258, 264.

[7] AIBA, S. - HUMPHREY, A. E. - MILLIS, N. F.: Bioinženýrství, Praha 1972.

[8] ŠAVEL, J.: Kvas. prům. 17, 1971, s. 184.

[9] REKTORYS, K.: Přehled užité matematiky. Praha 1968.

**Šavel, J.: Výpočet pasteračního účinku při pasteraci nápojů.** Kvas. prům., 30, 1984, č. 9, s. 193–196.

V článku se vysvětluje a zobecňuje pojem pasterační jednotky při pasteraci nápojů. Podle obsahu mikroorganismů a jejich tepelné odolnosti (hodnoty  $D$ ,  $z$ ) se počítá potřebná pasterační dávka. Pro známý průběh teplot při pasteraci se uvádějí různé způsoby výpočtu pasteračního účinku.

**Шавел, Я.: Расчет пастеризационного действия при пастеризации напитков.** Квас. прум. 30, 1984, № 9, стр. 193–196.

V statce объясняется и обобщается понятие типовой пастеризационной установки при пастеризации напитков. По содержанию микроорганизмов и их термостойкости (величины  $D$ ,  $z$ ) рассчитывается нужная доза для пастеризации. Для известной последовательности температур при пастеризации приводятся разные способы расчета эффекта пастеризации.

**Šavel, J.: Calculation Procedure of Beverage Pasteurisation.** Kvas. prům. 30, 1984, No. 9, pp. 193–196.

The term of pasteurisation unit for a pasteurisation of beverages is described. The time necessary for the pasteurisation can be calculated on a base of the number of microorganisms and their temperature resistance (the values of  $D$ ,  $z$ ). Several calculation procedures of the pasteurisation efficiency are compared for the given course of the temperature.

**Šavel, J.: Errechnung des Pasteurisationseffekts bei der Pasteurisierung von Getränken.** Kvas. prům. 30, 1984, Nr. 9, S. 193–196.

In dem Artikel wird der Begriff der Pasteurisationseinheit bei der Getränkepasteurisierung erklärt und im allgemeinen charakterisiert. Nach dem Gehalt der Mikroorganismen und ihrer Wärmebeständigkeit (Werte  $D$ ,  $z$ ) wird die benötigte Pasteurisations-Dosis berechnet. Für den bekannten Temperaturenverlauf bei der Pasteurisation werden verschiedene Berechnungsverfahren des Pasteurisationseffekts angeführt.